

Jap. Sin. II

32

RHO ARITHMETICA

等
算

Arithmetica.

a. p. Jacobo Rho
p. 9.

Tap. Sin II 32.

西洋新法曆書 法數部

籌算

明禮部尚書兼翰林院學士協理詹事府事加俸一級徐光啓
督修

朱國壽 朱光大

修政曆法極西耶穌會士 羅雅谷 譔

湯若望 訂

門人陳所性 黃宏憲 受法
孫嗣烈 焦應旭

籌算

自序

算數之學。大者畫野經天。小者米鹽凌雜。凡有形質
有度數之物與事。靡不藉爲用焉。且從事此道者。步
步躋實。非如談空說玄。可欺人以口舌。明明布列。非
如握槊奪標。可欺人以強力。層層積累。非如絲旬剝
那。可欺人以荒誕也。而爲術最繁。不有簡法濟之。卽
當年不能殫。惡暇更工它學哉。敝國以書算。其來遠
矣。乃人之記函弱而心力柔。厭與昏每乘之。多有畏

難而中輟者。後賢別立巧法。易之以籌。余爲譯之。簡便數倍。以似好學者。皆喜以爲此術之津梁也。遂梓行之。傳不云。不有博奕者乎。爲之猶賢乎已。是書稍賢於博奕。然旅人入來。未及它有論著。以此先之。不亦未乎。行復自哂。曰。小道可觀。聊爲之佐一籌而已。崇禎戊辰暮春廿日雅谷識

目

造法 七條

造籌 定號

分方 平立方籌

分角 造厘

定數

賴用算法 三條

加法

減法

命分二法

用法 四條

乘法

除法

開平方法

開立方方法

造法

一造籌

或牙。或骨。或木。或合楮俱可。其形長方。廣爲長六之一。厚約廣五之一。諸籌相準。不得有短長。廣狹厚薄。須平正光潔。便于畫方畫字。凡籌數任意多寡。總之五籌兩面可當

一單數。說見定數條。十籌當十數。十五籌當百數。二十籌當千數。二十五籌當萬數。三十籌當十萬數。約以衆籌之厚爲一籌之長。便于作開方籌入匣也。詳造匣條。

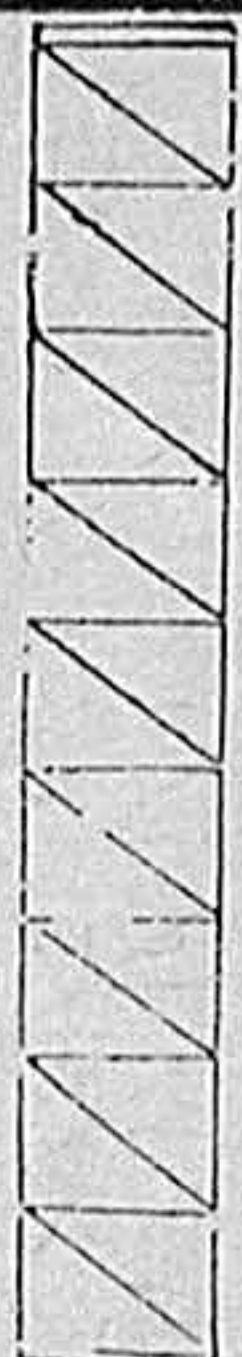
二分方

每籌橫平分爲九。作九方。籌籌相等。橫列之。線線相直。方方相對。



三分角

每方自左上至右下。斜作一對角線。則每方成直角三邊



形。二橫列之。則兩籌對角線。又成一斜直線。其兩直角三邊形。

又合成一平行線方形。

四定數

數自一至九并。共十位。籌有二面。五籌可滿十數。其數以方數與籌上方數相乘。每方之中。既以對角線分而爲二。即每方各成二位。右位即零數。左位即十數。至第九籌第九方九九相乘。得八十一而止。

第一籌。一面作零數。九方對角線之上。各畫一圈。一面作

一數。九方對角線之上順書一

二三四五七八九數

○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○

第二籌。一面作二數。第一方線右書二。第二方線右書四。

二籌二方。二二如四也。第三方

線右書六。二籌三方。二三得六

也。後推此。則第四方線右書八。

三	六	九	二	五	八	一	四	七
二	四	六	八	一	三	五	七	九
一	三	五	七	九	二	四	六	八
四	六	八	一	三	五	七	九	二
七	九	二	四	六	八	一	三	五
六	八	一	三	五	七	九	二	四
五	七	九	二	四	六	八	一	三
八	一	三	五	七	九	二	四	六
九	二	四	六	八	一	三	五	七

第五方線右書○。線左書一二。二籌五方。二五得十。故左位

一右位○以當零數也。後推此。則第六方線右書二。線左

書一。第七方線右書四。線左書一。第八方線右書六。線左

書一。第九方線右書八。線左書一。一面作三數。第一方線

右書三。第二方線右書六。第三方線右書九。第四方線右

書二。線左書一。第五方線右書五。線左書一。第六方線右

書八。線左書一。第七方線右書一。線左書二。第八方線右

書四。線左書二。第九方線右書七。線左書二。

第三籌。一面作四數。第一方線右書四。第二方線右書八。

第三方線右書二。線左書一。第四方線右書六。線左書一。

第五方線右書○線左書二第
六方線右書四○線左書二第七
方線右書八○線左書二第八方

第四籌。一面作六數。第一方線右書六。第二方線右書二。

線左書一。第三方線右書八。線左書一。第四方線右書四。線左書二。第五方線右書〇。線左書

三。第六方線右書六。線左書三。第七方線右書二。線左書
四。第八方線右書八。線左書四。第九方線右書四。線左書
五。一。面作七數。第一方線右書七。第二方線右書四。線左
書一。第三方線右書一。線左書二。第四方線右書八。線左
書二。第五方線右書五。線左書三。第六方線右書二。線左

書四。第七方線右書九。線左書四。第八方線右書六。線左書五。第九方線右書三。線左書六。

第五等。一。面作八數。第一方線右書八。第二方線右書六。

九	八	七	六	五	四	三	二	一
八	七	六	五	四	三	二	一	〇
七	六	五	四	三	二	一	〇	九
六	五	四	三	二	一	〇	九	八
五	四	三	二	一	〇	九	八	七
四	三	二	一	〇	九	八	七	六
三	二	一	〇	九	八	七	六	五
二	一	〇	九	八	七	六	五	四
一	〇	九	八	七	六	五	四	三

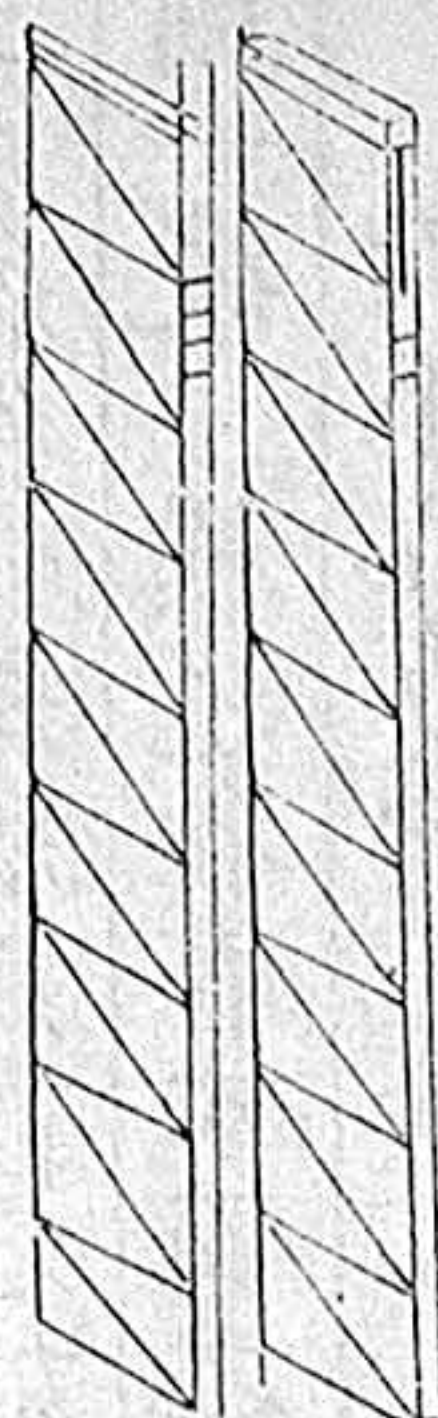
線左書一。第三方線右書四。線左書二。第四方線右書二。線左書三。第五方線右書〇。線左書

四。第六方線右書八。線左書四。第七方線右書六。線左書五。第八方線右書四。線左書六。第九方線右書二。線左書七。一。面作九數。第一方線右書九。第二方線右書八。線左

書一。第三方線右書七。線左書二。第四方線右書六。線左書三。第五方線右書五。線左書四。第六方線右書四。線左書五。第七方線右書三。線左書六。第八方線右書二。線左書七。第九方線右書一。線左書八。

五定號

號者。應于面之左右兩旁。厚處露出匣外者。記本面數目。



〇至九。共十號。其旁狹難書一二三四等字。始作橫線。如〇則無線。一則一橫線也。至

五則結爲一縱線以該之。如五則一縱。六則一縱一橫。七則一縱二橫也。各書本面之右。用時視其旁。即可得之。

六平立方籌

諸小籌之外。別作一大籌。長與諸籌等。廣約長六分之二。兩面橫分九方。亦與諸籌等。其一面平方籌。縱作二行。其右行九方。書一至九之數。爲平方根。其左行九方。亦如小籌作對角線。以平方根數自乘之。各書根數之左。第一方線右書一。第二方線右書四。第三方線右書九。第四方線右書六。線左書一。第五方線右書五。線左書二。第六方線

一	二	三	四	五	六	七	八	九
四	九	一六	二五	三六	四九	六一	七八	八
二	五	一六	二五	三六	四九	六一	七八	八
三	六	一五	二四	三三	四二	五一	六四	八
一	四	一三	二二	三一	四〇	四九	五八	八
二	五	一六	二五	三六	四九	六一	七八	八
三	六	一五	二四	三三	四二	五一	六四	八
四	九	一六	二五	三六	四九	六一	七八	八
五	一六	二五	三六	四九	六一	七八	八	八

一	二	三	四	五	六	七	八	九
四	九	一六	二五	三六	四九	六一	七八	八
二	五	一六	二五	三六	四九	六一	七八	八
三	六	一五	二四	三三	四二	五一	六四	八
一	四	一三	二二	三一	四〇	四九	五八	八
二	五	一六	二五	三六	四九	六一	七八	八
三	六	一五	二四	三三	四二	五一	六四	八
四	九	一六	二五	三六	四九	六一	七八	八
五	一六	二五	三六	四九	六一	七八	八	八

右書六。線左書三。第七方線右書九。線左書四。第八方線右書四。線左書六。第九方線右書一。線左書八。其一面立方籌。縱作六分。右一分作一行。九方書一至九之數。爲立方根。中二分作一行。九方。書一至九各自乘之。數與平方籌同。左三分作一行。九方。每方止截左邊三分之二。亦如小籌作對角線。是每方分爲直角三邊形。無法四邊形各一也。而無法四

邊形之中。暗具一直角方形在右。一直角三邊形在左。今止以左中右分之。以中行自乘之數再乘之。各書方數之左。名立方數。第一方右書一。第二方右書八。第三方右書七。中書二。第四方右書四。中書六。第五方右書五。中書一。左書一。第六方右書六。中書一。左書二。第七方右書三。中書四。左書三。第八方右書二。中書一。左書五。第九方右書九。中書二。左書七。

七造匣

匣合紙或木爲之。其形短方。其空廣如籌之長。空厚如籌之廣。匣有蓋。以籌長五分之三爲匣之深。其二爲蓋之深。使籌入匣而旁號露于匣口之上。以便抽取也。小籌比立匣中。方根籌側于小籌之旁。下切匣口。上切蓋頂。正相容也。若蓋之外徑。等于匣之外徑。則匣口必出筍以入蓋。夫方根籌之廣。與匣之深并。尚不及小籌之長。以其不及爲筍之高。則匣與蓋外切。籌與蓋匣內切矣。若匣之外徑等于蓋之內徑。則匣自爲筍。蓋冒之。可無庸筍也。

賴用算法

凡三條

算家加減二法并命分法亦用籌所賴故各具一則。

一加法

加者多小幾何并爲一大幾何也亦謂之計先以第一小數從左向右橫列于上次以第二小數如前橫列于下從視之則零對零十對十百對百也分錢兩及寸尺丈俱依此推次視零位若成十成十則進一位又視十位若干百則進一位千萬以上俱依此推

假如有銀九萬一千七百六十一兩又八萬二千〇七

一八〇	六七二	七〇五	一二四	九八〇
四	五	六	九	二
三	一	〇	九	六

十八兩又四千五百二十兩又九萬。
六百五十四兩俱橫列。則視末位有一
八〇四并得十三。本位書三。進位加一。
與六七二五并得二十一。本位書一。進

位加二。與七五六并得二十。本位作〇。進位加二。與一
二四并得九。本位書九。首位九八九并得二十六。本位
書六。進位書二。得二十六萬九千〇一十三兩。如物數
是斤兩。則十六兩成一斤。進位。尺步畝之類。俱依此推

二減法

減者。大幾何。減去一小幾何。餘幾何也。亦謂之除。以大
數書于上。應減數書于下。亦零對零。十對十。百對百也。次
於每位對除之。若除數多於原數。則借前位一。以除之。蓋
前位之一。即本位之十也。除完則得餘數。

九	四	三	二	一	兩
三	三	六	三	五	
四	八	四	一	二	
五	八	六	〇	一	

假如有銀三十〇萬〇一百七十六兩
三錢四分。內除去二十九萬八千六百
四十三兩八錢五分。從左首位起。上數
三。下數二。三除二。存一。次位上數〇。下
數九。借前一成一〇。除九存一。三位上

數○下。數八。借前一成一○。除八存二。四位上數一。下
數六。借前一成一。除六存五。五位上數七。下數四。七
除四存三。六位上數六。下數三。六除三存三。七位上數
三。下數八。借前一成一三。除八存五。八位上數四。下數
五。借前一成一四。除五存九。該存一千五百三十二兩
四錢九分

三命分二法

命分者。一大幾何。已分幾何。尚餘幾何。今應命此餘者爲
幾何分之幾何也。又所餘之小幾何。再分得幾何。今應命

此得者爲幾何分之幾何也。前解曰。法數爲母。餘數爲子。
如法數一六八。餘數四九。即命爲一百六十八分之四十
九。後解曰。得數爲子。得數前位爲母。如得數一位。則前位
爲十。得數六。即命爲十分之六。得數二位。則前位爲百。得
數三四。即命爲百分之三十四。得數三位。則前位爲千。得
數二八三。即命爲千分之二百八十三。得數四五位以上。
推此。第前位定于一。數十則一十。百則一百。千則一千。萬
則一萬。前法。即九章之命分法。亦即幾何原本之命比。
例法。後一法。即九章之小數。如衡有錢分厘毫量。
有尺寸分釐。曆
有分秒微纖也。

用法 凡四條

一乘法

乘數有實有法。先將實數依號查籌。從左向右齊列。其兩籌相並所成平行線斜方形。合成一位。方形內之數并爲一數矣。次以籌之方位爲法數。如法數是五。則視兩籌第五方。是九。則視兩籌第九方。即得數矣。若法有二數。則先查法尾所得數橫列之。次查法首所得數進一位橫列之。未用加法并之得數。法有三數以上。依此推顯。

解曰。乘者陞也。九九陞積之義也。數有二一爲實。一爲

法可互用大略以位數多者為實可也。用籌則如實數列籌自左而右。次視法數。依籌之同數格上橫取之。并得商數列書之。更視次法。如前得次商數。進一位書初商之下。三以上倣此。商畢并諸商數。即乘得之數。

假如八十三為實。以四乘之。先列八三兩籌。視其第四格。八號籌下左半斜方有三。兩籌合一斜方有二。并作三三號籌。下右半斜方有二。并為三百三十二也。

又如每銀一錢糴米九升五合。今有銀三兩五錢。問該米若干。則以三五為實。九五為法。先查實數二籌齊列。

三	五
六	一
九	五
二	二
五	五
一	三
八	五
一	三
二	四
四	五
七	四
二	四

一	七	五
三	一	五
三	三	二
		五

次視法尾五查二籌第五橫行內數是一七五。另列再視法首九查二籌第九橫行內數有三一五。進一位列于前得數之下。併之得三三二五。該米三石三斗二升五合。

又如有米一斗。賣錢一百二十五文。今有米一十八石三斗。問該錢若干。則以一八三為實。一二五為法。先查實數三籌齊列。次視法尾五查三籌第五橫行內數是

一	八	三
二	六	六
三	四	九
四	二	一
五	三	五
六	〇	八
七	四	一
八	六	二
九	五	四
	六	七
	七	二

五 一六 五
 九六三 八七五
 三八二 二

三二八七五該錢二萬二千八百七十五文

如法數有〇則徑作一〇以當其位再查法數如前如六八三爲實三〇〇爲法則作二〇乃查三籌之第三

橫行內數從二〇左進書之餘放此

二除法

除法有實有法有商先將法數依號查籌從左向右齊列次于諸籌從上至下查橫行內連數之等于實數或畧少于實數者在第幾行即是初商數如在第一行即得數是一在第九行即得數是九也次以查得之數減其實數如已盡則知止有初商未盡則知宜有再商也有再商者即再查橫行內數之等于存實或畧少于存實者在第幾行即是再商數又以查得之數減其存數如前又未盡則更

有三商亦如上法。三以上倣此。若初得已除實數未盡。乃實數次位無實。則知當有○位。即作一○。以當次商。或三位俱無。則知得有二○。即又作一○。以當三商。乃從後數查之。若雖有餘數。而其數小于法數。是爲不盡法。法之數。用命分法。

解曰。除法者。分率之法也。有實有法。先列實。次以法數平分之。故古九章法。名爲實如法而一。或省曰而一也。除法有二。一歸除。一商除。商除者。古法。歸除。則後來提法。珠算可任用之。若書算。籌算。必獨用商除也。用籌則

先如法數列籌。自左而右。別列實數。簡籌之。其格與實數相合者。或畧少于實數者。以減實。即初商數也。若未盡。即如前再商。三商以上皆如之。又未盡。則以法命之。假如列實一百○八。以三十六爲法。除之。簡三六兩籌。列之。視其第三格六號籌下。右半斜方有八。中各斜方有一九。共十。進一位。成百。即一百○八。除實盡也。

又如。有米九升五合。價銀一錢。今有米三石三斗二升五合。問該銀若干。以三三二五爲實。九五爲法。先以法數二籌齊列。次于各行橫數內。求三三二。有則徑減實。

九	五
八	〇
一	一
二	五
三	〇
四	二
五	五
六	〇
七	三
八	五
〇	三
一	四
二	五

商數三五
 七三
 四三
 三

數無則取其畧少者二八五。以二八五減三三二餘四七五爲實而此二八五數乃在第三行即三爲初商數次視第五行有四七五正與餘實

相等減盡即五爲次商數是三五爲得數也該銀三兩五錢

又如每錢三百七十四文買米一斗今有錢八萬七千一百四十二文問該米若干以八七一四二爲實三七

四	八
二	六
一	〇
二	四
三	八
四	二
五	六
六	〇
七	四
八	一
九	二
〇	八
一	五
二	三
三	四
四	九
五	六
六	三
七	二
八	五
九	一
〇	七

商數二三
 三
 四
 三
 七
 八

四爲法先以法數三籌齊列。次視各行橫數內求八七一。無則取其畧少者七四八。以七四八減八七一餘一二三四二爲實而此七四八乃在第二行即二爲初商數次視各行中無一二三四及畧少

者惟第三行有一一二三以一二二減一二三四餘一二二二爲實即三爲次商數次視第三行有一一二

二。正與餘實相等。除盡。即三爲三商數。該米二十三石三斗。

若積數爲八七二四八。尚有一。六爲餘實。再欲細分。即用命分第一法。以餘數一。六爲子。法數三七四爲母。即命爲三百七十四分之一百。六。

或用命分第二法。于餘實一。六後加一。依上法再分之。得二。又加一。再分之。得八。又加一。再分之。得三。得數爲二八三。凡三位。即命爲一千之二百八十三。

三開平方法

開平方。有積數。有商數。商有方法。有庶法。隅法。置積爲實。從末位下作一點。向前隔一位作一點。每一點當作一商。次視平方籌內自乘之數。有與實首相等者。即除之。若無相等。則取其相近之畧少者除之。但實首以左第一點爲主。若點前無位。則自乘止於零數。如一四九是也。若點前有一位。則自乘應有十數。如十六至八十一是也。而此乘數在第幾格。則第幾數即初商數。如所用數是九。九爲三之自乘。在第三格。即三爲商數也。若有二點者。則以初商數倍之。如一倍爲二。三倍爲六也。即查所倍之籌列于方

籌之左。如四倍為八。即第八籌。九倍為十八。即取第一第八兩籌也。次視諸籌橫行內數之。與存實相等者除之。而此數在第幾格。則第幾數即次商數。如在第五格。即五為次商數也。不盡。以法命之。三點以上倣此。

解曰。開平方者。即自乘還原也。而法實相同。無從置筭。

故以積求形。必用方廉隅三法商除之。如有積一百。商

其根。根者。一邊之數。四邊皆同。十。即盡實。此獨用方法。無用廉隅矣。

若一百二十一。初商十。除實百。餘二十一。則倍初商方

根為廉法。任加于初商實一角之旁。兩次商一。以乘廉邊。故曰廉兩廉。故倍初商根。

得二十。以一為隅法。實盡。則百二十一之積。開其根。得

十一也。在籌則右行自一至九者。即方根數也。左二行。

即方根自乘之數。自乘之數止于二位。故隔一位作點。

查實下作幾點。知方根當幾位也。法先于左第一點上

一位或二位為乘數。平行求得其根。適足則已。不合。則

用其少者。餘實以待次商也。左點或一位或二位者。點

在實首。則乘數為單數。點在實首之次

位。則乘數為十數也。

如上圖先以第一點求初商根為方法。

丁	甲
丙	乙

乙為方積也。不盡為二點之實。以初商根倍之為廉法。
 甲丙之長邊也。次商若干即以為隅法。丁方之一邊也。
 并二廉一隅法以除實甲乙丙丁平方也。不盡三商之。
 商而不盡者以法命之。其籌法先列本籌得初商。次商
 則列廉法籌于本籌之左。本籌之自乘數即隅積也。其
 根隅法也。次查所列籌何格中平行并數可當廉法之
 幾倍及隅方積得其根以除實即得。設實下有二點則
 左一點之根為十數。右一點之根為單數。故廉法籌為
 十數。本籌數為單數也。三點以上倣此。

一	二	三	四	五	六	七	八	九
四	九	一六	二五	三六	四九	六四	八	一
一	二	三	四	五	六	七	八	九
四	九	一六	二五	三六	四九	六四	八	一
一	二	三	四	五	六	七	八	九
四	九	一六	二五	三六	四九	六四	八	一
一	二	三	四	五	六	七	八	九
四	九	一六	二五	三六	四九	六四	八	一
一	二	三	四	五	六	七	八	九

假如有積六百二十五。別列為實。從末位五向前隔一

商根二十五
 倍根四

二
 五
 二
 六

得二二五為餘實。次倍初商根得四為廉法。
廉有二故倍方根

位各作一點。即知商二位也。
 點在實首。六為單數。視方籌
 內自乘之數無六。其下九過
 實。用其上四。實之近少數也。
 平行向右取二為方法根。
 另列之為初商。即以四倍減
 六百存二百。以并次點之實。

取四號籌列方籌左于列籌內并數取其合餘實或近

商根六七

倍數一二

八
四四八九

一	二	三	四	五	六	七	八	九
一	四	九	六	五	六	九	四	一
一	四	六	八	〇	二	四	六	八
一	二	三	四	五	六	七	八	九
一	二	三	四	五	六	七	八	九
一	二	三	四	五	六	七	八	九
一	二	三	四	五	六	七	八	九
一	二	三	四	五	六	七	八	九
一	二	三	四	五	六	七	八	九

少于餘實者至五格適合即
五為廉次率為隅法為次商
而本方之根得二十五

又如積四千四百八十九別
列為實從末位九向前作二
點知商二位點在次位則實
首四為十數也視籌內自乘
無四四近少為三六平行取

六為方法為初商即以三六減四四存八以并次點之
實得八八九為餘實次倍初根得十二為廉法取一二
號兩籌列方籌左於列籌并數得八八九在第七格除
實盡即七為廉次率為隅法為次商而本方之根得六
十七

又如有積三萬二千〇四十一列為實從末向前隔一

一	二	三	四	五	六	七	八	九
一	四	九	六	五	六	九	四	一
一	四	六	八	〇	二	四	六	八
一	二	三	四	五	六	七	八	九
一	二	三	四	五	六	七	八	九
一	二	三	四	五	六	七	八	九
一	二	三	四	五	六	七	八	九
一	二	三	四	五	六	七	八	九
一	二	三	四	五	六	七	八	九

位作一點得三點知商三位
點在實首三為單數視籌自
乘無三近少為一平行取一

一	二	三	四	五	六	七	八	九
二	四	九	六	五	六	九	四	一
三	六	八	一	二	三	四	六	八
四	八	〇	二	四	六	一	八	二
五	一	二	四	六	一	八	二	四
六	二	三	五	七	九	三	五	七
七	三	四	六	八	一	二	四	六
八	四	五	七	九	二	三	五	七
九	五	六	八	一	三	四	六	八

根一七九
倍二四
〇四
〇四
〇四
〇四
〇四
〇四
〇四

一	二	三	四	五	六	七	八	九
二	四	九	六	五	六	九	四	一
三	六	八	一	二	三	四	六	八
四	八	〇	二	四	六	一	八	二
五	一	二	四	六	一	八	二	四
六	二	三	五	七	九	三	五	七
七	三	四	六	八	一	二	四	六
八	四	五	七	九	二	三	五	七
九	五	六	八	一	三	四	六	八

爲方法爲初商即以一減三
存二以并次點實得二二〇
爲餘實次倍初根得廉法二
取二號籌列左籌方於列籌
并數得近少者一八九在第
七格即七爲隅法爲次商列
初商之右以一八九減餘實
得三一以并三點之實得三
一四爲次餘實次倍前根

十七得三四爲次廉法取三四兩籌列方籌左于列籌
并數得三一四一在第九格適盡即九爲二商爲隅法
列次商之右而本方之根得一百七十九

又如有積六十五萬一千二百四十九列爲實從末位

九向前隔一位作一點得二

點知商三位點在次位則實

首六爲十數也視籌自乘無

六五近少爲六四平行取八

爲方法爲初商以六四減六

一	二	三	四	五	六	七	八	九
二	四	九	六	五	六	九	四	一
三	六	八	一	二	三	四	六	八
四	八	〇	二	四	六	一	八	二
五	一	二	四	六	一	八	二	四
六	二	三	五	七	九	三	五	七
七	三	四	六	八	一	二	四	六
八	四	五	七	九	二	三	五	七
九	五	六	八	一	三	四	六	八

六百二十八之一百五十三也

法曰凡開方不盡實其命分法倍前商數二釐加一立

為母續商餘實為子依法命之然終不能盡如設積六

十求開方初商七餘十一倍七加一得十五為母十一

為子可命六十之根為七又一十五之一十一而縮試

并初商及分數自之得四十九又二二五之二四三一

約之為一十一是二二五之一八一以并四十九得五

十九又二二五之一八一不及元積若倍初商不加一

為母命為十四之十一試自之得六十〇又一九六之

四一過元積而盈

其一欲得其小分則通為小數如前第二法更開之當

於餘積之右加兩圈是原積之一化為百也如法開之得根數當

命為一十分之幾分也或加四圈是原積之一化為萬也得根數

命為一百分之幾分也或加六

圈一化為百萬得根命為一千分之

幾分或加十圈一化為一億得根

命為十萬分之幾分也

如圖原積六六二七四九已商

一	六	〇	七	三	五	一
一	六	四	七	九	五	〇
一	六	三	〇	〇	〇	〇
一	六	二	八	〇	〇	〇
一	六	二	八	〇	〇	〇
一	六	二	八	〇	〇	〇

根 四 百 十 單
〇 九 三

倍 八 〇 八
一 六 二 八

得八一四。不盡者一五三。欲得其細分。加六圈。是一百五十三化爲一萬五千三百。十更開得數。爲〇九三。因空位。〇萬。〇千。〇百。〇十。也。六。則命爲一千分之〇百九十三也。欲更細。更加空位。終不能盡。何故。六十者本無根之方也。

四開立方方法

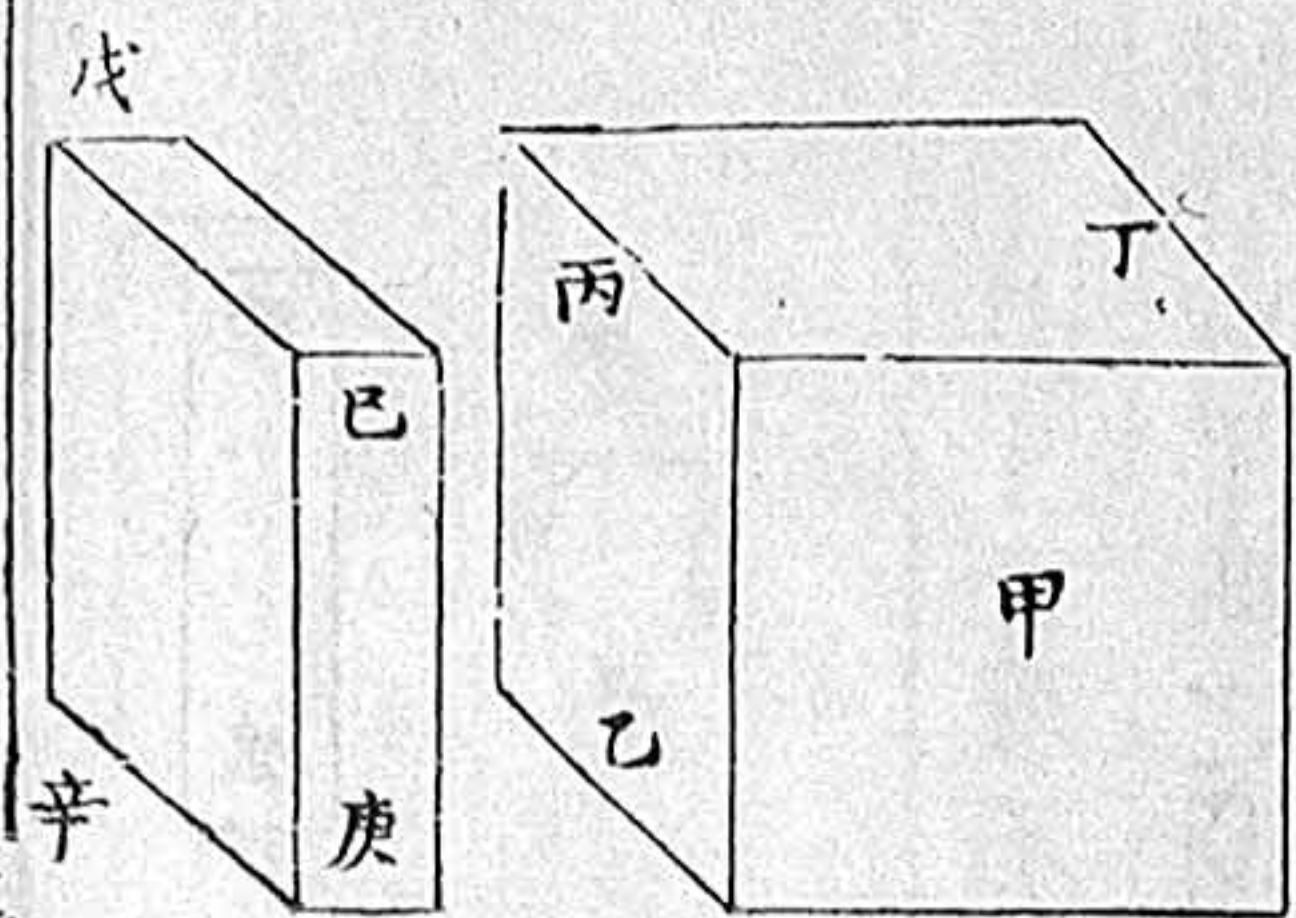
開立方。亦有積數。有商數。商有方法。有平蕪法。長蕪法。隅法。置積爲實。從末位向前。隔二位作點。每一點。有一商。次視立方籌內再乘之數。有與實首相等者。即除之。若無相等。則取其近少者除之。但實首以左第一點爲主。若點前

無位。則再乘止于零數。如一如八是也。若點前有一位。則再乘應有十數。如二七。如六四是也。若點前有二位。則再乘應有百數。如一二五。至七二九是也。而此乘數在第幾格。則第幾數即初商數。如所用數是八。八爲二之再乘。在第二格。即二爲初商也。若有二點者。以初商數自乘而三倍之。如二之自乘得四。四之三倍爲一十二。爲平蕪法。以初商數三倍之。如二之三倍得六。爲長蕪法。次以平蕪法數查籌。列立方籌左。又以長蕪法數查籌。列立方籌右。次視左籌與方籌并之橫行內數。商其少于餘實者。平行取

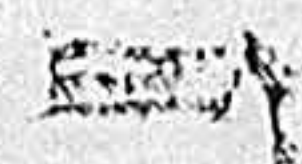
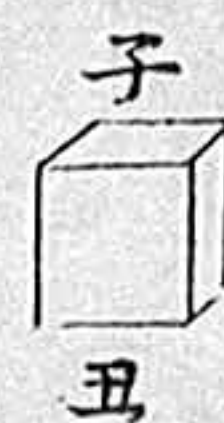
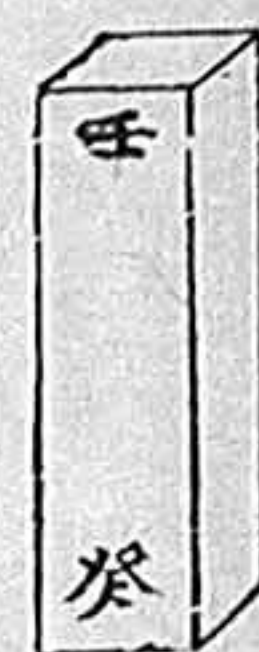
數爲約數。即以此數爲次商。如在五格。即次商五也。次以次商自乘之數。與長廣法數相乘。進一位。書于約數之下。以此二數併之。除其餘實。即得立方根。不盡者。以法命之。三點以上倣此。

解曰。立方形者。六方面積爲一實體也。每面等。每邊每角各等。立方積者。一數自乘再乘之所積也。線有長。面有長有廣。體有長有廣有高。所謂一乘作面。再乘作體。是也。開立方者。亦以積求形之術。其異于平方者。平方爲面。面有四等線。開之。求得四線之一。爲方根也。立方

爲體。體有十二等線。開之。求得十二線之一。爲方根也。三乘方以上。亦皆十二線。有等有不等。而皆求其最初第一面之一界線。爲方根也。今解立方廣隅法。姑作分

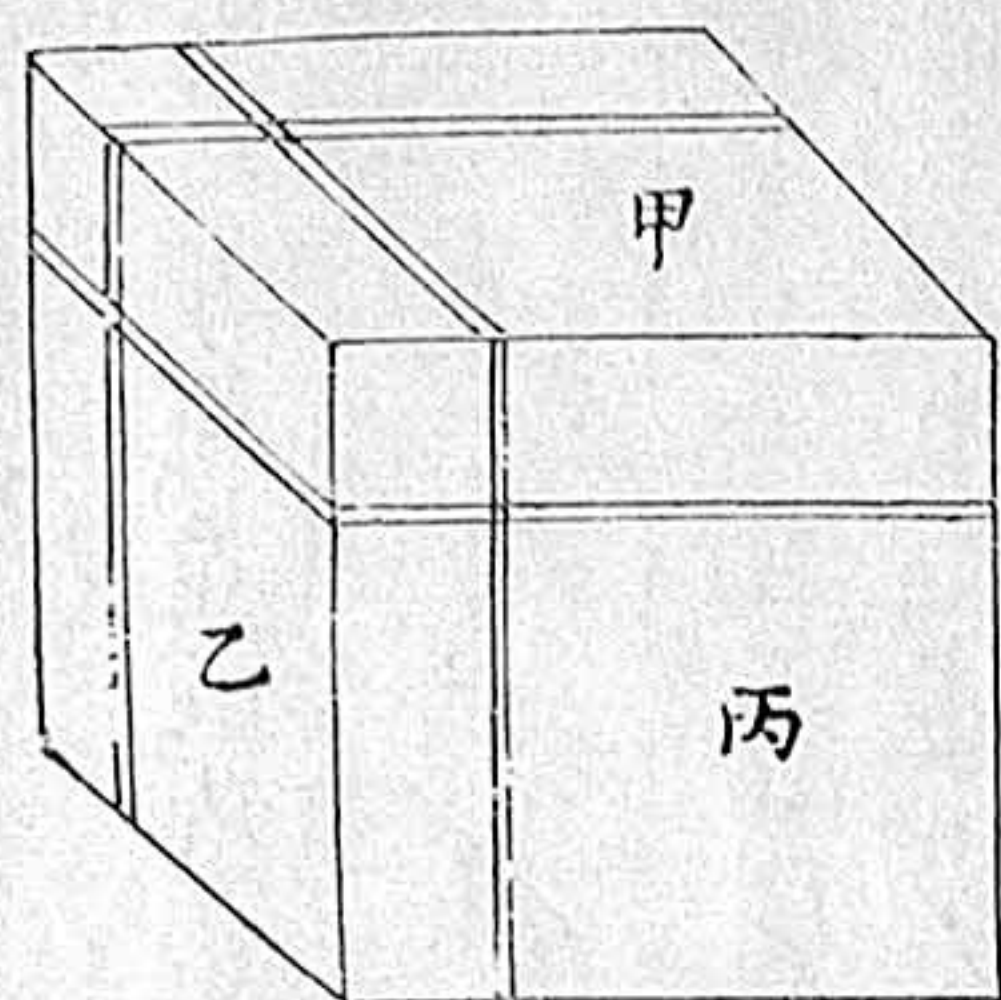


合圖論之。若截木或鎔蠟作八體分合解之。尤易曉矣。其一。作六方面形一事。諸面線角皆相等。此名方法體。即上圖中乙丙丁立方體是也。其二。作六面扁方體三事。其上下面各與



方法等。旁四面之高少于方法之高。任意多寡開訖乃得而四稜線皆等。此名平蕪法體。即上圖戊巳庚辛是也。其三作六面長方體三事。其上下左右四面與平蕪之旁面等。兩端之四界線皆與平蕪之高等。此名長蕪法體。即上圖壬癸是也。其四作六面小立方體一事。六面之廣袤皆與長蕪之兩端等。此名隅法體。即上圖子丑是也。

古度數家以度理解數學。度者點線面體量法也。數者一十百千等筭法也。數亦



以數理解度學。如鳥兩翼交相待而為用也。今依此借數以明立方之體。如初方體之邊各四。則一面之積為一六。其容積六四。平蕪之兩大面亦一六。其高設五。相乘得容積八。長蕪之長亦四。其兩端之高廣各五。則其容積一〇〇。立隅之邊各五。則其容一二五。此八體并之以三平蕪合于初方之甲丙乙丙丙丁三面。以三長蕪補三平蕪三隅。以立隅補三長蕪之隅。即

成一總立方也

又算法。單數乘單數。生單數。

如四乘六爲二

四。是爲六者。四。積爲二十。四。而其根四。乃單數也。

單數乘十數。生十數。

如四乘三十爲

一二。是爲三十者。四。積爲一百二十。而其根二。乃十數也。

十數乘十數。生百數。

如三十乘

八十。爲二十四。是爲八十者。三十。積爲二千四百。而其根四。乃四百也。

推之。則十乘百生千。

百乘百生萬也。

今依此推前總立方。以四十五爲全

根。其初方之一邊爲四十。其面則爲四十者四十。是一

千六百也。是十乘十生百也。其容積爲一千六百者四

十。是六萬四千也。是十乘百生千也。

其平廣之兩大

面與初方之面等。亦一千六百。其高五。是單數。以乘百。

得八十者百。是八千也。是單乘百生百也。立廣三。三倍

之得二萬四千也。

長廣之高廣。皆與平廣之高等。爲

五。是單數。其面爲二五。單根也。其長與初方等。爲四十。

相乘得四十者二十五。是爲一百者十。則一千也。是單

乘十生十也。長廣三。三倍之得三千也。

立隅體與平

廣之高等。爲五。是單數。自乘得二五。亦單數也。再乘得

一二五。亦單數也。是單乘單生單數也。已上共得九

萬一千一百二十五。爲兩商之總立方積。其根四十五。

右以數明立體之理。其在籌。則右行自一至九者。立方

根數也。左三行。自一至七二九者。即方根自乘再乘之數也。自乘再乘。止于三位。如三自乘再乘爲二十七。九自乘再乘爲七百二十九。故列實下隔二位作點。查實下幾點。知立方根當幾位也。法先于第一點以上查實。簡籌。或適足。或略少者。即初商之立方體。平行求得其根也。次初商根自乘得平廉。與初商之體等。三倍者三平廉也。平廉之籌。列立方籌之左者。立方籌之右行爲單數。中行爲十。左行爲百。平廉籌右行之號亦百數也。以合於立籌之左行。其爲幾百也。次平廉之面

積三。偕初商之根三。并爲分率數。以求六廉一隅之高。

於立籌平籌上求餘實之近少數

不欲太少。爲尚有約長廉之容。故也。

可用者。平行取根。即次商也。不言隅法者。次商之再乘。即是立隅。籌上所自有也。又平行取次商之平方積。乘長廉籌之數。得長廉之容。長廉之號爲十數。以列于約數之下。進一位作十數。次求七體之總積。初體之外。有平廉三。長廉三。立隅一。其定位。立隅在本籌之上爲單數。次商與三長廉法相乘得數。爲三長廉之實。此數之號爲十數。三平廉之籌。加于立籌之外。其號爲百數。

通併之以除餘實。未盡而原實有三點者。以先兩商之
總方爲初體。復如前法三商之。亦并入體爲一總體。不
及商爲一者。依法命之

同文算指曰。先得之根。初商乘于三十。今日三之。長廉

所得之號爲十數也。又曰。先根之方。初體乘于三百。今

曰三之。平廉所得之號爲百數也。一也

假如有積四千九百一十三。別列爲實。從末位三。向前

隔二位各作一點。即知商二位也。照在實首。四爲單數。

視立方籌內再乘之數無四。下八。過實。用其上一。實之

三、倍根三
一、商根一七
九、倍方三
三、四

三	六	九	二	五	八	一	四	七	二
一	四	九	六	一	五	六	三	九	四
一	八	七	四	五	六	三	二	九	一
三	六	九	二	五	八	一	四	七	二
一	四	九	六	一	五	六	三	九	四
一	八	七	四	五	六	三	二	九	一
三	六	九	二	五	八	一	四	七	二
一	四	九	六	一	五	六	三	九	四
一	八	七	四	五	六	三	二	九	一
三	六	九	二	五	八	一	四	七	二
一	四	九	六	一	五	六	三	九	四
一	八	七	四	五	六	三	二	九	一

近少數也。平行向右取。爲方

法。即方另列之。爲初商。即以

千減四。千存三千。以并次點之

實。得三九一三。爲餘實。次用初

商。一自乘。爲平而三倍之。三平

得二百爲平。廉法。亦名倍取三

號籌列立方籌左。又以初商一

十。三倍之。一者長廉邊三得三

爲長廉法。亦名倍取三號籌列

立方籌右于列籌立方籌與平廉籌也內并數取其少于餘實者

為約數第其中有長廉之實不得過少又不得多多者

如第九格遇三四二九以為約數近少矣另列之向右

平籌自乘數內平行取八十一乘于長廉法三得二百

四十三列近少數三四下進一位并得五八五九則多

于餘實也至第七格遇二四四三以為約數另列之向

右平籌自乘數平行取四十九以乘長廉法三得一百

四十七列近少數三四下進一位并得三九一三除實

盡平廉籌之二千一百平廉實也立方籌之三十四十

二五隅積也平方籌之四十九長廉兩端之面也以

乘長廉法三十得一四七長廉積也諸籌之上一一分明平行求其根得七即七為

次商也得總立方之根一十七

又如積九百一十五萬九千八百九十九別列為實從

一	四	九	一	六	五	六	八
一	八	七	四	五	六	三	二
二	六	二	一	四	一	三	五
三	二	三	五	七			

末位九向前隔二位作一點

凡三點當商三位也點在實

首九為單數視立方籌內再

乘之數無九下二七過實用

其上八實之近少數也平行

向右取二為方法另列為初

九九八八九五九一
商二

六	二	八	一	四	一	八	二	〇	二	四	一
二	八	一	六	二	五	三	六	三	四	八	五
一	六	二	五	三	六	三	四	八	五	四	〇
〇	二	六	二	一	二	四	三	五	二	七	一
二	四	六	八	一	二	四	六	八	一	九	〇
一	二	三	四	五	六	七	八	九	〇	一	二

一 三 〇 五 七 〇
 元 一 五 九 八 九 九
 倍方 二 〇 〇 九
 倍根 六 〇

商即以八減九存一。以并下位得一一五九爲餘實。次用初商二自乘而三倍之得十二爲平廉法。取一號二號兩籌列立方籌左。又以初商二三倍之得六爲長廉法。取六號籌列立方籌右。於列籌立方與平廉共三籌內并數取其少于餘實者爲約數。試之而無有

六	二	八	一	四	一	八	二	〇	二	四	一
二	八	一	六	二	五	三	六	三	四	八	五
一	六	二	五	三	六	三	四	八	五	四	〇
〇	二	六	二	一	二	四	三	五	二	七	一
二	四	六	八	一	二	四	六	八	一	九	〇
一	二	三	四	五	六	七	八	九	〇	一	二

最少者爲第一則知商有空格之一二。一則知商有空位。於初商下作圈以當次商。復開第三點之餘實爲一一五九八九九。前兩商二〇百也。自乘之得四〇〇。四萬三倍之爲一二〇〇。一千依數取四籌爲平廉法。列立方籌左。前商二〇二倍之得六〇。取二籌爲長廉法。列立方籌

一	六	二	七	六	餘實	二	一	三	六	三	三	一	二
四	二	四	四	二	四	三	三	三	三	三	三	三	三
九	一	八	六	二	一	三	三	三	三	三	三	三	三
一	六	二	八	二	四	三	三	三	三	三	三	三	三
二	五	三	〇	一	〇	三	三	三	三	三	三	三	三
三	六	三	二	二	四	三	三	三	三	三	三	三	三
四	九	四	二	二	四	三	三	三	三	三	三	三	三
六	三	二	一	二	四	三	三	三	三	三	三	三	三
七	二	一	一	二	四	三	三	三	三	三	三	三	三
八	四	四	一	一	六	三	三	三	三	三	三	三	三
九	四	五	一	一	八	三	三	三	三	三	三	三	三

倍根
商根
倍方

餘實
四〇三

二〇九二
六二七
一三〇四三

二〇八下進一位并得二六六〇八
二三三六八八以除實不盡
四三三六三一二即取右根
二爲商數依法命爲一十分
之二分也若欲再開則餘實
後又加三圈得四三三六三
一二〇〇〇爲餘實依上法
以前商二〇九二自乘爲四
三七六四六四又三倍之得

一	三	一	二	九	三	九	二	〇	一
二	六	二	四	八	六	八	四	〇	八
三	九	三	六	二	九	二	六	二	七
四	二	四	八	三	二	三	八	六	四
五	一	五	〇	四	一	四	〇	二	五
六	一	八	一	五	一	五	四	一	六
七	二	七	一	四	二	六	三	四	三
八	二	八	一	六	二	七	二	五	二
九	二	九	一	八	二	八	一	七	九

一三一二九三九二取此八
籌列方籌左爲平廉法又以
前商二〇九二三倍之爲六
二七六取此四籌列方籌右
爲長廉法於列籌左內并
數取其近少至第三格遇三
九三八八一七六二七爲近
少于餘實四三三六三另列
之向右平籌自乘數平行取

三〇
三〇
五〇
九〇
二〇
九〇
六〇
九〇
三〇
〇四

倍根六二七六

商根二〇九二三

倍方一三二二九三九二

九乘於長廉法六二七六得
五六四八四。列近少數三八
八一七下。進一位。并得三九
六二七。下。進一位。并得三九
三九三八二四六七。以除實。
不盡三九六九二九五三三。
即取右根三爲商數。依法命
爲二百〇九。又一百分之二
十三分也。若再開。則餘實後
又加三圈。得三九六九二九

三〇
三〇
五〇
九〇
二〇
九〇
六〇
九〇
三〇
〇四

倍根六二七六九

商二〇九二三三

倍方一三二二九三九二

五三三〇〇〇爲餘實。依上
法。以前商二〇九二三。自乘
爲四三七七七一九二九。又
三倍之。得一三二二三一五
七八七。取此十籌。列方籌左。
爲平廉法。又以前商二〇九
二三。三倍之。得六二七六九。
取此五籌。列方籌右。爲長廉
法。於列籌左十并數取約至

11111

多子多孫

七六六三。即取右根三爲商
數。依法命爲二百〇九又一
千分之二百三十三也。餘實
任開之。終不盡。何者。無立方
數。不得有立方根也。

算錢法增

以籌布算其乘除諸法皆能去繁就簡不待論矣。若算章中有用開平方者有用開無名方者至難至賾也用籌則比他算特爲簡易故附載此法。按九章算衰分篇中有借本還利皆用乘法卽此法之還原也。今法必用開方故爲難耳。

假如借銀若干滿若干年還本息總銀若干問每年息銀若干

如本銀一百兩滿一年總還一百二十兩問息若干法

兩數。本銀一相減。餘二十。是百兩一年之息也。又滿二

年。總還一百四十四兩。問每年息例若干。法以母銀數

一乘總還數。一百四十四得數為積。開方得根數為實。以母

銀為法減之。所餘者為原銀一年之息也。若滿三年。總

還一百七十二兩八錢。問息例若干。又滿四年以上。皆

息轉為本。紛莫可尋。則依圖法求之。

圖說

圖有直行。有橫行。直行者。每年所用之法與數。橫行者。

諸同類之法。同類之數也。其直行之首。無年數。無總銀

數者。則上年之次法。或又次法。任用之。白字為法
墨字為數

第一橫行。為滿年數。借日至還日
積年之數

第二橫行。為所還之總銀。母銀并息
銀之總數

第三橫行。為母銀所用之法。或母銀自乘。或再乘三
乘等。以求積而開方

第四橫行。為母銀用法所乘出數。與總銀相乘得數

第五橫行。為各年所用開積之本法。如開方或
開立方等

第六橫行。為所求之數。即滿一年之總數。
本息俱見者也減原銀得息例

用法

假如初借母銀三兩。滿四年。總還銀四十八兩。問每年

若干起息

母銀三兩。滿一年。總還若干。即轉為次年之母。依前例起息。總應若干。又轉為母。如是歲

歲遞加。母數漸增。息例如舊。

法依圖試查滿四年直行其第一格為年數即第二格

為總還

四十之銀。原銀若干。息例若干。各依本例。積成總數。

第三格母銀所

用之法為再乘。即以原銀三。再自之。得二十七。第四格

以二十七

母所乘出之數。

乘四十八

總銀。

得一二九六。為實積。第

五格本年所用開積之法。為開平方二次。

積為一。初開二九六。

得三十六。再開得六。六者滿一年之總銀。減原銀三。餘

三為滿一年之息。

又如母銀五十八兩四錢。滿三年。總還銀一百二十五

兩三錢。問一年息若干。

法用本行第三格。自自乘。即原數自之。得三四一〇五

六。以總銀乘之。得四四九二七六一六八。第五格法曰

開立方。用法開得七十六兩五錢。

不盡實。加三位。開零根。得

八分九

釐八毫不盡。減原銀。餘十八兩一錢八分九釐八毫。為

滿一年之息。依此例求母銀百兩。息幾何。用三率法。原

銀為一率。息例為二率。今銀百為三率。依法得四率三

十一兩一錢四分六釐九毫不盡。為百兩一年之息。

年總母銀所用母乘出數
數銀之法以乘總數

本年所用開積之法

得滿二年之總銀減母餘為息

六
一九二

四乘
八一三
二四三

一九二
二四三
四六六五六

方平開
積
四六六五六

平根
二一六
立根六

得六

或自乘
三三九

一九二
二四三
四六六五六

方立開
積
一七二八

根二

得十二為滿
二年之總銀

或用單母

一九二
二四三
四六六五六

方平開
積
五七六

根四

得二四為滿
三年之總銀

五乘
二四三
七二九

一九二
二四三
四六六五六

方立開
積
二八〇一三六

根六

得六

七
三八四

五乘
二四三
七二九

一九二
二四三
四六六五六

方立開
積
二八〇一三六

根六

得六

八
七六八

六乘
七二九
二一八七

七六八
二一八七
六七九六一六

方平開
積
六七九六一六

先根
一八九六
次根
三三六
第三根
六得六

或再自乘
九三七
二七

七六八
二一八七
六七九六一六

方平開
積
二〇七三六

先根
一四四
次根
二

得二為滿
二年之總銀

七乘
二一八七
六五六一

七六八
二一八七
六七九六一六

方平開
積
一〇七七九六

先根
二六
次根
六

得六

九
一五三六

七乘
二一八七
六五六一

七六八
二一八七
六七九六一六

方平開
積
一〇七七九六

先根
二六
次根
六

得六

或自乘
三三九

七六八
二一八七
六七九六一六

方立開
積
一三八二四

根四

得二四為滿
三年之總銀

等算増

三十九